CCQ

ALBERT SUAREZ

EXERCICI COMPUTACIÓ QUÀNTICA

Incertesa

1

Un dau equilibrat de sis cares té una probabilitat de 1/6 de tocar una de les sis cares. Per tant:

$$P = 1\cdot\frac{1}{6} + 2\cdot\frac{1}{6} + 3\cdot\frac{1}{6} + 4\cdot\frac{1}{6} + 5\cdot\frac{1}{6} + 6\cdot\frac{1}{6} = \boxed{3,5}$$

2

$$\langle x\rangle_{|\varphi_1\rangle} = \int_0^L \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) x \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)dx = \boxed{\frac{L}{2}}$$

El resultat és la meitat de L perquè nosaltres estem calculant el valor esperat de on estarà la partícula de 0 a L i la probabilitat més alta es troba al mig ja que el gràfic de probabilitats fa forma de campana. Per tant, el valor mig o esperat serà a la meitat, és a dir, L/2.

$$\langle p\rangle_{|\varphi_1\rangle} = \int_0^L \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)\cdot(-i)\cdot\hbar\cdot\frac{\sqrt{2}\,\pi\cos\left(\frac{\pi}{L}x\right)}{L^{3/2}}dx = \boxed{0}$$

Això és així perquè quan la partícula es va movent a una velocitat +v fins arribar a l'extrem del pou infinit, que allà una força contrària fa que vagi a −v. Per tant, v−v=0. Així doncs, el moment de la partícula és 0.

(3)

En primer terme, si parlem del valor esperat $\langle x \rangle_{|\varphi_n\rangle}$, el resultat del càlcul sempre serà $L/2$ per tot estat de l'energia. Ja que, com s'ha comentat, la posició esperada sempre serà la meitat de L perqè és on hi ha més probabilitat.

En segon lloc, si parlem del moment $\langle p \rangle_{|\varphi_n\rangle}$, el resultat del càlcul sempre serà el mateix independentment de l'estat de l'energia.

En conclusió, ambues propietats no alteren segons l'estat propi d'energia a on es troben.

$\cancel{L^2(4\pi^3 n^3 + 3(1-2\pi^2 n^2)\sin(2\pi n)}$

(4)

$$\langle x^2 \rangle_{|\varphi_n\rangle} = \int_0^L \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(n\frac{\pi}{L}x\right) x^2 \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(n\frac{\pi}{L}x\right) dx = \boxed{\frac{L^2\left\{4\pi^3 n^3 + 3(1-2\pi^2 n^2)\sin(2\pi n) - 6\pi n\cos(2\pi n)\right\}}{12\pi^3 n^3}}$$

$$\langle p^2 \rangle_{|\varphi_n\rangle} = \int_0^L \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(n\frac{\pi}{L}x\right)(-\hbar^2)\frac{\partial^2}{\partial x^2} \sin\left(n\frac{\pi}{L}x\right) dx = \boxed{\frac{h^2 n(2\pi n - \sin(2\pi n))}{8\pi L^2}}$$

(5)

$$\Delta x_{|\varphi_n\rangle} = \sqrt{\langle x^2 \rangle_{|\varphi_n} - \langle x \rangle^2_{|\varphi_n}} = \frac{\sqrt{3}\, L\sqrt{n}\sqrt{\pi}\sqrt{n^3\pi^3 - 6n^2\pi^2\sin(2n\pi) - 6n\pi\cos(2n\pi) + 3\sin(2n\pi)}}{6n^2\pi^2}$$

$$\Delta p_{|\varphi_n\rangle} = \sqrt{\langle p^2 \rangle_{|\varphi_n} - \langle p \rangle^2_{\varphi_n}} = \frac{\sqrt{2}\, h\sqrt{\pi}\sqrt{n(2n\pi - \sin(2n\pi))}}{4L\pi}$$

$$\Delta x_{|\varphi_n\rangle}\Delta p_{|\varphi_n\rangle} = \frac{\sqrt{6}\, h\sqrt{2n\pi - \cancel{\sin(2n\pi)}}\sqrt{n^3\pi^3 - \cancel{6n^2\pi^2\sin(2\pi n)} - 6n\pi\cos(2n\pi) + \cancel{3\sin(2xn)}}}{24n\pi^2}$$

$$= \boxed{\frac{\sqrt{6}\, h\sqrt{2n\pi}\sqrt{n^3\pi^3 - 6n\pi}}{24n\pi^2} \geq \frac{\hbar}{2} \quad \text{per tot } n}$$